Géométrie analytique plane

Vecteurs : Relations entre vecteurs

C. Scolas

https://bit.ly/3zxqmnw

QVC

---

1. On donne les points $A(2;-4)$, $B(5;1)$ et $C(-3;-1)$. Détermine, par calculs, les coordonnées du point D pour que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ soient opposés.

$\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$\Leftrightarrow (5-2 ; 1-(-4)) = (-3-x_D ; -1-y_D)$

$\Leftrightarrow (3;5) = (-3-x_D ; -1-y_D)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 = -3-x_D \\ 5 = -1-y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -6 \\ y_D = -6 \end{cases}$ $D(-6;-6)$

2. On donne les points $A(2;-4)$, $B(5;1)$ et $C(-3;-1)$. Détermine, par calculs, les coordonnées du point D pour que $ABDC$ soit un parallélogramme.

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow (5-2 ; 1-(-4)) = (x_D-(-3) ; y_D-(-1))$

$\Leftrightarrow (3;5) = (x_D+3 ; y_D+1)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 = x_D+3 \\ 5 = y_D+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 0 \\ y_D = 4 \end{cases}$ $D(0;4)$

3. On donne les points $A(2;-4)$ et $B(5;1)$. Détermine, par calculs, les coordonnées du point D pour que $\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{BD}$.

$\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{BD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$

$\Leftrightarrow (x_D-2 ; y_D-(-4)) = (5-x_D ; 1-y_D)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x_D-2 = 5-x_D \\ y_D+4 = 1-y_D \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_D = 7 \\ 2y_D = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 7/2 \\ y_D = -3/2 \end{cases}$ $D(\frac{7}{2} ; -\frac{3}{2})$

4. Utilise les vecteurs pour déterminer si les points $P(-6;-1)$, $Q(0;2)$ et $R(8;6)$ sont alignés.

P, Q, R sont alignés ssi $\vec{PQ} \parallel \vec{PR}$ ssi $\vec{PQ} = k \cdot \vec{PR}$

$\vec{PQ} = (0-(-6); 2-(-1)) = (6; 3)$
$\vec{PR} = (8-(-6); 6-(-1)) = (14; 5)$

Comme les composantes de $\vec{PQ}$ ne sont pas proportionnelles aux composantes de $\vec{PR}$, les points P, Q, R ne sont pas alignés.

5. Détermine toutes les valeurs de k pour que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ soient parallèles si $A(1;-1)$, $B(-1;k)$ et $C(5;7)$.

$\vec{AB} = (-1-1; k-(-1)) = (-2; k+1)$
$\vec{BC} = (5-(-1); 7-k) = (6; 7-k)$

$\vec{AB} \parallel \vec{BC} \Leftrightarrow -2 \cdot (7-k) - 6 \cdot (k+1) = 0$ $\qquad \vec{u} \parallel \vec{v} \Leftrightarrow x_u \cdot y_v - x_v \cdot y_u = 0$

$\Leftrightarrow -14 + 2k - 6k - 6 = 0$

$\Leftrightarrow -20 - 4k = 0$

$\Leftrightarrow k = -5$

6. Détermine toutes les valeurs de *m* de sorte que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

(1) $\vec{u}(2m;-3)$ et $\vec{v}(-2;4)$

$2m \cdot 4 - (-2) \cdot (-3) = 0$

$\Leftrightarrow 8m - 6 = 0$

$\Leftrightarrow m = \frac{6}{8}$

$\Leftrightarrow m = \frac{3}{4}$

(2) $\vec{u}(-3;2)$ et $\vec{v}(m-1;m+3)$

$-3 \cdot (m+3) - (m-1) \cdot 2 = 0$

$\Leftrightarrow -3m - 9 - 2m + 2 = 0$

$\Leftrightarrow -5m - 7 = 0$

$\Leftrightarrow m = \frac{-7}{5}$