

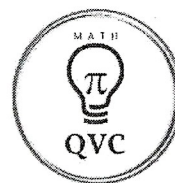
GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE PLANE

Vecteurs : Relations entre vecteurs

C. SCOLAS



<https://bit.ly/3zxqmnw>



1. On donne les points $A(2;-4)$, $B(5;1)$ et $C(-3;-1)$. Détermine, par calculs, les coordonnées du point D pour que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ soient opposés.

$$\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$$

$$\Leftrightarrow (5-2; 1-(-4)) = (-3-x_D; -1-y_D)$$

$$\Leftrightarrow (3; 5) = (-3-x_D; -1-y_D)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 = -3 - x_D \\ 5 = -1 - y_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -6 \\ y_D = -6 \end{cases} \quad \mathcal{D}(-6; -6)$$

2. On donne les points $A(2;-4)$, $B(5;1)$ et $C(-3;-1)$. Détermine, par calculs, les coordonnées du point D pour que $ABDC$ soit un parallélogramme.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow (5-2; 1-(-4)) = (x_D - (-3); y_D - (-1))$$

$$\Leftrightarrow (3; 5) = (x_D + 3; y_D + 1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 = x_D + 3 \\ 5 = y_D + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 0 \\ y_D = 4 \end{cases} \quad \mathcal{D}(0; 4)$$

3. On donne les points $A(2;-4)$ et $B(5;1)$. Détermine, par calculs, les coordonnées du point D pour que $\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{BD}$.

$$\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{BD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$$

$$\Leftrightarrow (x_D - 2; y_D - (-4)) = (5 - x_D; 1 - y_D)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 2 = 5 - x_D \\ y_D + 4 = 1 - y_D \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_D = 7 \\ 2y_D = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = \frac{7}{2} \\ y_D = -\frac{3}{2} \end{cases} \quad \mathcal{D}\left(\frac{7}{2}; -\frac{3}{2}\right)$$

4. Utilise les vecteurs pour déterminer si les points $P(-6; -1)$, $Q(0; 2)$ et $R(8; 6)$ sont alignés.

P, Q, R sont alignés si $\vec{PQ} \parallel \vec{PR}$ si $\vec{PQ} = k \cdot \vec{PR}$

$$\vec{PQ} = (0 - (-6); 2 - (-1)) = (6; 3)$$

$$\vec{PR} = (8 - (-6); 6 - (-1)) = (14; 5)$$

Comme les composantes de $\vec{PQ}$ ne sont pas proportionnelles aux composantes de $\vec{PR}$, les points P, Q, R ne sont pas alignés.

5. Détermine toutes les valeurs de k pour que les vecteurs $\vec{AB}$ et $\vec{BC}$ soient parallèles si $A(1; -1)$, $B(-1; k)$ et $C(5; 7)$.

$$\vec{AB} = (-1 - 1; k - (-1)) = (-2; k+1)$$

$$\vec{BC} = (5 - (-1); 7 - k) = (6; 7 - k)$$

$$\vec{AB} \parallel \vec{BC} \Leftrightarrow -2 \cdot (7 - k) - 6 \cdot (k+1) = 0$$

$$\vec{u} \parallel \vec{v} \Leftrightarrow x_u \cdot y_v - x_v \cdot y_u = 0$$

$$\Leftrightarrow -14 + 2k - 6k - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow -20 - 4k = 0$$

$$\Leftrightarrow k = -5$$

6. Détermine toutes les valeurs de m de sorte que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

$$(1) \vec{u}(2m; -3) \text{ et } \vec{v}(-2; 4)$$

$$2m \cdot 4 - (-2) \cdot (-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow 8m - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{6}{8}$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{3}{4}$$

$$(2) \vec{u}(-3; 2) \text{ et } \vec{v}(m-1; m+3)$$

$$-3 \cdot (m+3) - (m-1) \cdot 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow -3m - 9 - 2m + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow -5m - 7 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = -\frac{7}{5}$$